第２講・式の計算②　式の展開と素因数分解

要点整理

１　素因数分解

(1)　自然数が２つ以上の整数(１より大きい)の積の形で表されるとき，その積をつくっている１つ１つの数を**因数**という。

(2)　１とその数自身のほかには約数をもたない数を素数という。１は**素数**ではない。

(3)　素数である因数を**素因数**といい，自然数を素因数だけの積で表すことを**素因数分解**という。

●素因数分解

①　できるだけ小さい素数から順にわっていく。

②　商が素数になればやめる。

③　$60=2^2\times3\times5$(同じ素数の積は累乗の指数で表す。)

```
2)60
2)30
3)15
   5
```

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 1　次の問いに答えなさい。

(1)　自然数 x，y において，$120x=y^2$ を満たす最小の y の値を求めよ。

(2)　1350 を自然数 a でわると，わりきれて商はある自然数の 2 乗になる。a のうちで最小のものを求めよ。

例題 2　次の問いに答えなさい。

(1)　18×22 を次のように計算した。p，q にあてはまる自然数を入れよ。

$$18\times22=(p-2)(p+2)=p^2-4=q$$

(2)　3 以上の奇数は，連続する 2 つの自然数の平方の差として表される。次の問いに答えよ。

例　$5=3^2-2^2$

①　9 を，上の例のように，連続する 2 つの自然数の平方の差として表せ。

②　n を 3 以上の奇数とする。n を連続する 2 つの自然数の平方の差として表したとき，この連続する 2 つの自然数のうち小さい方を p として，p を n を用いて表せ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

2−1　xy を $x+y$ と $x-y$ を用いて表せ。

2−2　次の問いに答えなさい。

(1)　48510 をできるだけ小さい自然数でわって，余りがなく，商が自然数の平方になるようにしたい。どんな数でわればよいか。

(2)　2 けたの自然数 x がある。x を 5 でわると 3 余り，$x+1$ はある素数の 2 乗に等しい。自然数 x を求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ *Note* ＞

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第２講・確認テスト

[1]　$2x^2-xy+2y^2$ を $x+y$，xy を用いて表しなさい。

$2x^2-xy+2y^2=$ ア $(x+y)^2-$ イ xy

[2]　次の ウ ～ チ にあてはまる数を求めなさい。

(1)　57330 をできるだけ小さな自然数でわって，余りがなく，商が自然数の平方になるようにしたい。このとき，わる数は ウエオ である。

(2)　$21a=\dfrac{b^2}{6}$ をみたす，最も小さな自然数 a，b の値は，$a=$ カキ ，$b=$ クケ である。

(3)　n を自然数とするとき，次の問いに答えなさい。

①　616 を素因数分解しなさい。

$616=2^{\text{コ}}\times$ サ $\times$ シス

②　$\dfrac{616}{2n+1}$ が整数となるような n の値をすべて求めると，小さい順に，$n=$ セ ， ソ ， タチ である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第2講・式の計算② 式の展開と素因数分解

例題 1

(1)　$\boldsymbol{y=60}$　　(2)　$\boldsymbol{a=6}$

解説

(1)　$120=2^3\times3\times5$ より，最小の x は，$2\times3\times5=30$　このとき，

$y^2=2^4\times3^2\times5^2=(2^2\times3\times5)^2=60^2$　$y=60$

(2)　$1350=2\times3^3\times5^2$　各素数の指数が偶数になるようにすればよいので，最小の a は，

$2\times3=6$

例題 2

(1)　$\boldsymbol{p=20,\ q=396}$　　(2)　①　$\boldsymbol{5^2-4^2}$　　②　$\boldsymbol{p=\dfrac{n-1}{2}}$

解説

(2)　② $n=(p+1)^2-p^2$ より，$n=2p+1$　これを p について解いて，$p=\dfrac{n-1}{2}$

2－1

$$\frac{(x+y)^2-(x-y)^2}{4}$$

解説

$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$, $(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$

2－2

(1)　**110**　　(2)　$\boldsymbol{x=48}$

解説

(1)　$48510=2\times3^2\times5\times7^2\times11$ より，求める数は，$2\times5\times11=110$

(2)　a を素数とすると，$x+1=a^2$　ここで，$10\leqq x\leqq99$ より，$11\leqq a^2\leqq100$　これを満たす素数 a は 5 と 7 のみ。$a=5$ のとき $x=5^2-1=24$，$a=7$ のとき $x=7^2-1=48$

このうち，5 でわって 3 余る数であるのは，48

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第2講・確認テスト

[1]　$2x^2-xy+2y^2$を$x+y$, xyを用いて表しなさい。

$2x^2-xy+2y^2=$ ア $(x+y)^2-$ イ xy

[2]　次の ウ ～ チ にあてはまる数を求めなさい。

(1)　57330をできるだけ小さな自然数でわって，余りがなく，商が自然数の平方になるようにしたい。このとき，わる数は ウエオ である。

(2)　$21a=\dfrac{b^2}{6}$をみたす，最も小さな自然数a, bの値は，$a=$ カキ ，$b=$ クケ である。

(3)　nを自然数とするとき，次の問いに答えなさい。

①　616を素因数分解しなさい。

$616=2^{コ}\times$ サ $\times$ シス

②　$\dfrac{616}{2n+1}$が整数となるようなnの値をすべて求めると，小さい順に，$n=$ セ ， ソ ， タチ である。

解答

[1]　ア　2　　イ　5

[2]　ウ　1　　エ　3　　オ　0　　カ　1　　キ　4　　ク　4　　ケ　2　　コ　3

サ　7　　シ　1　　ス　1　　セ　3　　ソ　5　　タ　3　　チ　8

解説

[1]

$2(x+y)^2=2x^2+4xy+2y^2$ より，$2x^2-xy+2y^2=2(x+y)^2-5xy$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

[2]

(1)　$57330=2\times3^2\times5\times7^2\times13$ より，求める数は，$2\times5\times13=130$

(2)　与式の両辺を 6 倍すると，$126a=b^2$　$126=2\times3^2\times7$ より，$a=2\times7=14$
$126\times14=2^2\times3^2\times7^2=(2\times3\times7)^2=b^2$ より，$b=2\times3\times7=42$

(3) ②　$2n+1$は 3 以上の奇数であり，616 の約数である。616 の約数のうち，3 以上の奇数であるものは，7，11，77。よって，$2n+1=7$ のとき，$n=3$，$2n+1=11$ のとき，$n=5$，$2n+1=77$ のとき，$n=38$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。